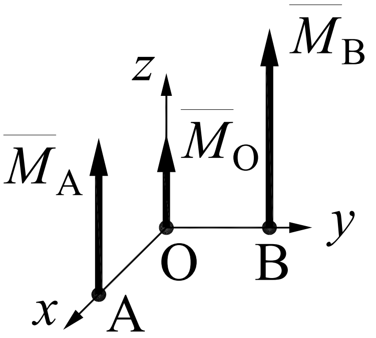
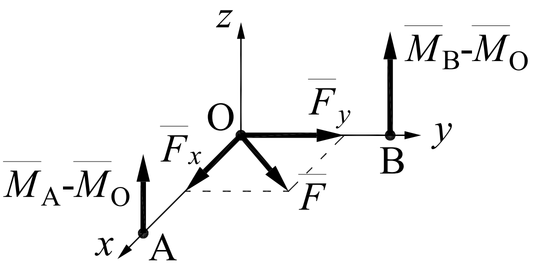
КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017-2018 навч. рік
Задачі І етапу Всеукраїнської студентської олімпіади
з теоретичної механіки та їх розв'язки

Задача С1 (5 балів). Система сил при зведенні її до центру А має головний момент $M_\text{A}=4M$, при зведенні до центру О – $M_\text{O}=M$, а при зведенні до В – $M_\text{B}=5M$. Положення центрів зведення та напрямки головних моментів показані на рисунку (OA=OB=L). Визначте модуль головного вектора системи сил.



Розв'язання. Відомо, що головний вектор системи сил $\vec{F}$ є статичним інваріантом і не змінюється при зміні центру зведення. У той же час головний момент системи сил при зміні центру зведення змінюється на значення, що дорівнює моменту $\vec{F}$ відносно нового центру зведення, тобто



$$\vec{M}_\text{A}=\vec{M}_\text{O}+\overrightarrow{\text{AO}}\times\vec{F}; \quad \vec{M}_\text{B}=\vec{M}_\text{O}+\overrightarrow{\text{BO}}\times\vec{F}.$$

Оскільки $\vec{M}_\text{A}-\vec{M}_\text{O}$ ($\vec{M}_\text{B}-\vec{M}_\text{O}$) паралельні осі О$z$ (рис.), то вектор $\vec{F}$ знаходиться в площині Оxy ($\left(\vec{M}_\text{A}-\vec{M}_\text{O}\right)\perp\vec{F}$). Розкладемо $\vec{F}$ на координатні складові $\vec{F}_x$ та $\vec{F}_y$ (рис.). Звідки

$$M_\text{A}-M_\text{O}=-\text{OA}\cdot F_y \quad (M_\text{A}-M_\text{O}>0) \;\Rightarrow\; F_y=-\left(M_\text{A}-M_\text{O}\right)/L=-3M/L;$$

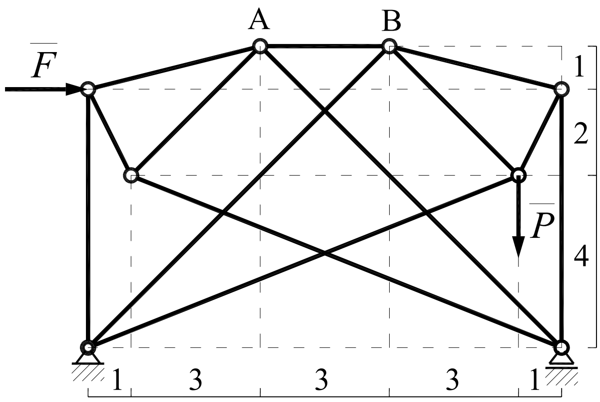
$$M_\text{B}-M_\text{O}=\text{OB}\cdot F_x \quad (M_\text{B}-M_\text{O}>0) \;\Rightarrow\; F_x=\left(M_\text{B}-M_\text{O}\right)/L=4M/L.$$

Отже модуль головного вектора системи сил дорівнює

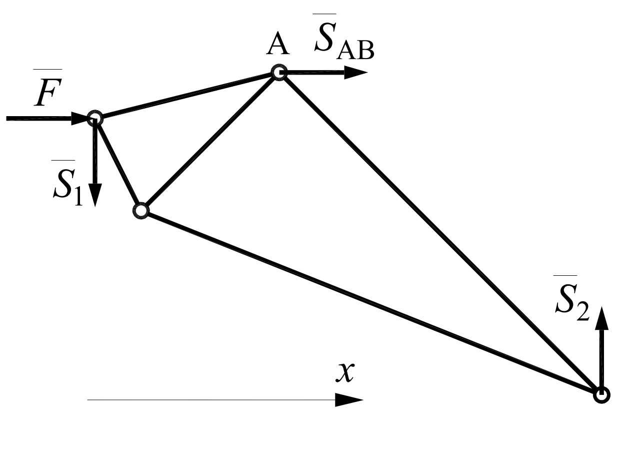
$$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}=\sqrt{\left(-3M/L\right)^2+\left(4M/L\right)^2}=5M/L.$$

Відповідь. $5M/L$

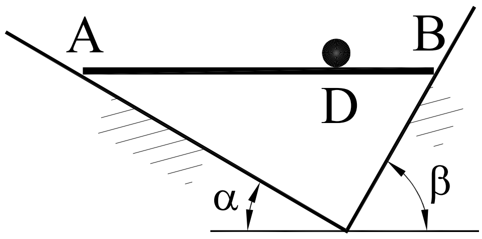
Задача С2 (7 балів). Плоска шарнірно-стержнева конструкція опирається на нерухомий шарнір і рухомий (рис.). На конструкцію діє горизонтальна сила $\vec{F}$ та вертикальна $\vec{P}$. Знайти зусилля в стержні АВ.



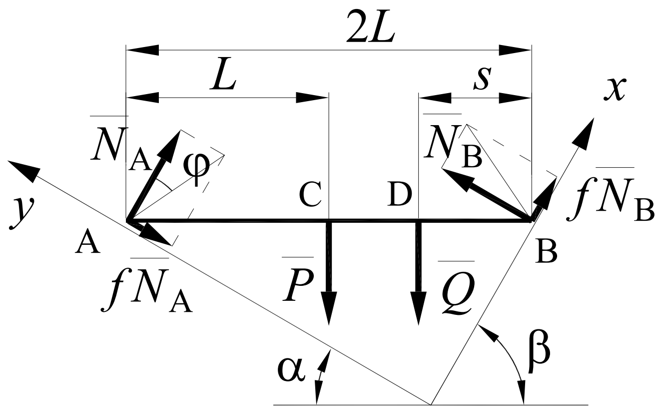
Розв'язання. Виділяємо стержневий чотирикутник (рис.). Дію відокремлених стержнів заміняємо невідомими зусиллями S_1, S_2 і S_AB. З рівняння проекцій на горизонтальну вісь x отримаємо $F+S_\text{AB}=0$. Звідки $S_\text{AB}=-F$.



Відповідь: $-F$



Задача С3 (8 балів). Однорідна балка AB довжиною $2L$ і вагою P опирається кінцями A и B на взаємно перпендикулярні шорсткуваті площини, кути нахилу яких до горизонталі дорівнюють α і β ($\alpha+\beta=90^{\circ}$, рис.). Коефіцієнт тертя кінців балки об площину становить f. На балці в точці D розташований вантаж з вагою Q. Знайти найменше значення відстані s=BD, при якому балка буде займати горизонтальне положення.



Розв'язання. Розглядаємо рівновагу системи, що відповідає крайньому правому положенню вантажу, у якому сили тертя мають максимально можливе значення. Напрям сил тертя обрано з урахуванням можливого руху балки. З рівнянь проекцій на координатні осі x і y (рис.)

$$\sum F_{kx} = N_A + f \cdot N_B - (P+Q)\cdot\cos\alpha = 0;$$
$$\sum F_{ky} = N_B - f \cdot N_A - (P+Q)\cdot\sin\alpha = 0$$

виключаємо N_B й знаходимо

$$N_A = \frac{P+Q}{1+f^2}(\cos\alpha - f\sin\alpha) = (P+Q)\cos(\alpha+\varphi)\cos\varphi \qquad (\mathrm{tg}\varphi = f).$$

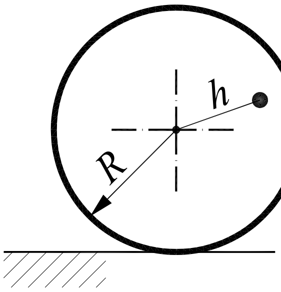
Підставляємо N_A в рівняння $\sum M_B(\vec{F}_k) = 0$:

$$\sum M_B(\vec{F}_k) = P\cdot L + Q\cdot s - 2L\cdot N_A\cdot\cos\alpha + 2L\cdot fN_A\cdot\sin\alpha =$$
$$= P\cdot L + Q\cdot s - (P+Q)\cdot 2L\cdot\cos^2(\alpha+\varphi) = 0.$$

Звідки

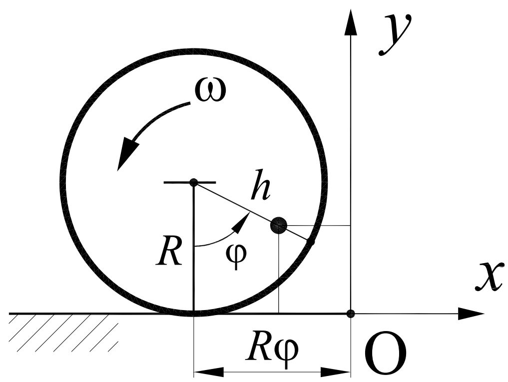
$$s = 2L\left(1+\frac{P}{Q}\right)\cos^2(\alpha+\varphi) - \frac{P}{Q}L \qquad (\varphi = \mathrm{arctg} f).$$

Відповідь: $2L\left(1+\dfrac{P}{Q}\right)\cos^2(\alpha+\mathrm{arctg} f) - \dfrac{P}{Q}L$



Задача К1 (15 балів). Циліндр радіусом R котиться без проковзування по горизонтальній площині так, що точка, яка розташована на відстані h від центра, має постійну за модулем швидкість v. Знайти пришвидшення цієї точки в момент, коли вона перебуває на одній горизонталі із центром.

Розв'язання. За початкове положення циліндра приймаємо таке, при якому його центр та досліджувана точка знаходяться на осі ординат, а напрям обертання циліндра – проти годинникової стрілки. Тоді рівняння траєкторії точки в параметричній формі (параметр – кут повороту циліндра φ, який відкладається проти годинникової стрілки від вертикалі) має вигляд (рис.)



$$x = -R\varphi + h\sin\varphi; \quad y = R - h\cos\varphi.$$

Швидкість та пришвидшення точки має компоненти

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \omega\left(h\cos\varphi - R\right), \quad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \omega h\sin\varphi \quad (\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t});$$

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \varepsilon\left(h\cos\varphi - R\right) - \omega^2 h\sin\varphi, \quad a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \varepsilon h\sin\varphi + \omega^2 h\cos\varphi \quad (\varepsilon = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t).$$

Модуль швидкості

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(\omega\left(h\cos\varphi - R\right)\right)^2 + \left(\omega h\sin\varphi\right)^2} = \omega\sqrt{R^2 + h^2 - 2Rh\cos\varphi}.$$

На підставі чого отримаємо $\omega = \dfrac{v}{\sqrt{R^2 + h^2 - 2Rh\cos\varphi}}$.

Дотичне (тангенціальне) пришвидшення точки дорівнює нулеві (оскільки v=const), а отже вектори її швидкості та пришвидшення перпендикулярні і скалярний їх добуток дорівнює нулеві –

$$(\vec{v}\cdot\vec{a}) = v_x a_x + v_y a_y = 0.$$

Підставимо значення для компонент швидкості та пришвидшення. Отримаємо

$$\varepsilon = \frac{-Rh\omega^2\sin\varphi}{R^2 + h^2 - 2Rh\cos\varphi}.$$

При $\varphi = \pi/2$ і $\varphi = 3\pi/2$ (центр циліндра та точка знаходяться на одній горизонталі) маємо

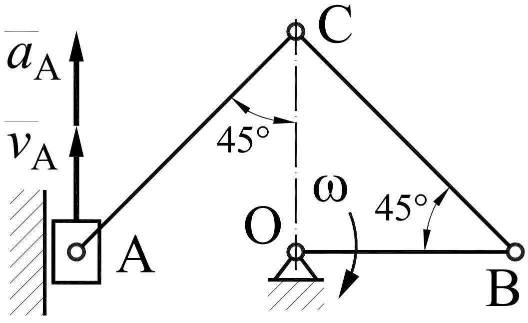
$$\omega = \frac{v}{\sqrt{R^2 + h^2}}; \quad \varepsilon = \frac{\mp Rh\omega^2}{R^2 + h^2} = \frac{\mp Rhv^2}{\left(R^2 + h^2\right)^2}; \quad a_x = -\varepsilon R \mp \omega^2 h; \quad a_y = \pm\varepsilon h.$$

Звідки

$$a_x = \frac{\pm R^2 hv^2}{\left(R^2 + h^2\right)^2} \mp \frac{hv^2}{R^2 + h^2} = \frac{\mp h^3 v^2}{\left(R^2 + h^2\right)^2}; \quad a_y = \frac{\mp Rh^2 v^2}{\left(R^2 + h^2\right)^2};$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{h^2 v^2}{\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}}.$$

Відповідь: $\dfrac{h^2 v^2}{\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}}$

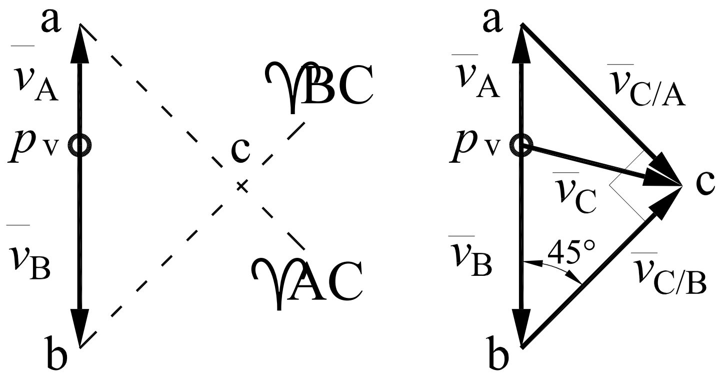


Задача К2 (8 балів). Механізм, що складається із трьох стержнів і повзуна, зв'язаних між собою шарнірами, приводиться в рух повзуном A і кривошипом OB, який обертається з постійною кутовою швидкістю ω навколо осі O(z), перпендикулярній площині рисунку. Довжини стержнів OB=L, AC=BC=$L\sqrt{2}$. Для положення механізму, зображеного на рисунку, визначити пришвидшення точки C за умови, що $v_A = (\sqrt{2}-1)\omega L$; $a_A = \omega^2 L$ (рис.).

Розв'язання. Для розв'язання задачі скористуємося методом планів. Швидкість точки C має задовольняти наступній системі векторних рівнянь:

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_C} = \underset{\text{верт-но}}{\underline{\underline{\overrightarrow{v_A}}}} + \underset{\perp AC}{\underline{\overrightarrow{v_{C/A}}}}; \\ \overrightarrow{v_C} = \underset{\perp OB}{\underline{\underline{\overrightarrow{v_B}}}} + \underset{\perp BC}{\underline{\overrightarrow{v_{C/B}}}}, \end{cases}$$

у якій $v_B = \omega \cdot OB = \omega L$.



Дану систему розв'язуємо графічно через побудову плану швидкостей (рис.). З плану швидкостей слідує, що $(ab) = v_A + v_B = \omega L\sqrt{2}$ (a, b – кінці відповідних векторів), а трикутник abc – рівнобедрений з бічними сторонами $v_{C/A} = v_{C/B} = \omega L$.

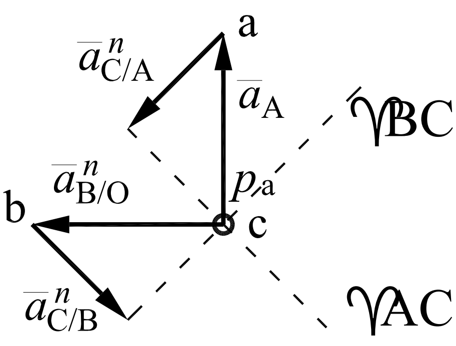
Звідки кутові швидкості шатунів AC та BC дорівнюють

$$\omega_{AC} = \frac{v_{C/A}}{AC} = \frac{\omega L}{L\sqrt{2}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}}; \quad \omega_{BC} = \frac{v_{B/A}}{BC} = \frac{\omega L}{L\sqrt{2}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}}.$$

Аналогічним чином складаємо систему векторних рівнянь для визначення пришвидшення точки C

$$\begin{cases} \overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_A} + \overrightarrow{a_{C/A}}; \\ \overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{C/B}}, \end{cases}$$ у якій $\overrightarrow{a_{C/A}} = \overrightarrow{a^n_{C/A} + a^\tau_{C/A}}$; $\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a^n_{B/O}}$

($\omega_{OB} = \omega = \text{const} \Rightarrow a^\tau_{B/O} = 0$); $\overrightarrow{a_{C/B}} = \overrightarrow{a^n_{C/B}} + \overrightarrow{a^\tau_{C/B}}$. Отже



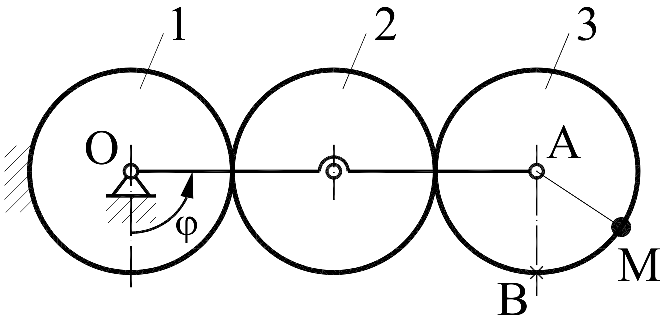
$$\begin{cases} \overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_A} + \underset{\text{від C до A}}{\underline{\underline{\overrightarrow{a^n_{C/A}}}}} + \underset{\perp AC}{\underline{\overrightarrow{a^\tau_{C/A}}}}; \\ \overrightarrow{a_C} = \underset{\text{від B до O}}{\underline{\underline{\overrightarrow{a^n_{B/O}}}}} + \underset{\text{від C до B}}{\underline{\underline{\overrightarrow{a^n_{C/B}}}}} + \underset{\perp BC}{\underline{\overrightarrow{a^\tau_{C/B}}}}, \end{cases}$$

де $a^n_{B/O} = \omega^2_{OB} \cdot OB = \omega^2 L$; $a^n_{C/A} = \omega^2_{AC} \cdot AC = \frac{\omega^2}{2} L\sqrt{2} = \frac{\omega^2 L}{\sqrt{2}}$; $a^n_{C/B} = \omega^2_{BC} \cdot BC = \frac{\omega^2 L}{\sqrt{2}}$.

В результаті побудови плану пришвидшень слідує, що $p_a c = 0$ (c – точка перетину перпендикулярів до BC та AC) і таким чином маємо, що $a_C = 0$.

Відповідь: 0

Задача К3 (12 балів). У планетарному механізмі шестірня 1 нерухома, а кривошип OA обертається за законом $\varphi=\pi t/2$ (див. рис.). По шестірні 3 рухається точка за законом $S=\mathrm{B}\overset{\frown}{\mathrm{M}}=\pi Rt/2$ (м). Визначити абсолютну швидкість і абсолютне пришвидшення точки M при $t=1$ (с), якщо радіуси шестірень 1, 2 і 3 однакові ($R_1=R_2=R_3=R=1$ (м)).



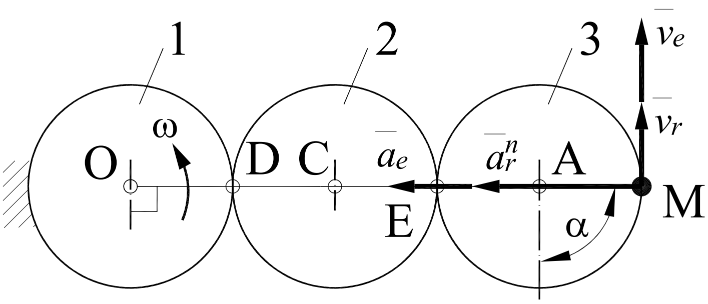
Розв'язання. Точка M робить складний рух: переносним для неї є рух шестірні 3, відносним – рух по її ободу. Розглянемо рух шестірні 3. Швидкість її центру – $v_\mathrm{A}=\omega\cdot\mathrm{OA}=4\omega R$. Кутову її швидкість можна визначити з наступних співвідношень:

$v_\mathrm{C}=v_{\mathrm{C}_2}=\omega\cdot\mathrm{OC}=2\omega R$; $v_{\mathrm{D}_2}=v_{\mathrm{D}_1}=0$ (запис D_j означає, що точка D належить тілу j)

$$\omega_2=\frac{v_{\mathrm{C}_2}}{\mathrm{DC}}=\frac{2\omega R}{R}=2\omega;\quad v_{\mathrm{E}_2}=\omega_2\cdot\mathrm{DE}=2\omega\cdot 2R=4\omega R \text{ (точка } \mathrm{D}_2 \text{ є МЦШ для 2);}$$

$$v_{\mathrm{E}_3}=v_{\mathrm{E}_2}=4\omega R.$$

Оскільки $v_{\mathrm{A}_3}=v_{\mathrm{E}_3}$ ($v_{\mathrm{A}_3}=v_\mathrm{A}$), то $\omega_3=0$ – шестірня 3 здійснює миттєво-поступальний рух і відрізок AB зберігає вертикальне положення при обертанні кривошипа. У момент часу $t=1$ (с) кути $\varphi\big|_{t=1}=\dfrac{\pi}{2}$ і $\alpha=\dfrac{S\big|_{t=1}}{R}=\dfrac{\pi}{2}$ (рад) і точка M перебуває на правому кінці горизонтального діаметра шестірні 3 (рис.).



Абсолютна швидкість точки M $\vec{v}=\vec{v}_e+\vec{v}_r$, де $v_e=v_\mathrm{A}=\omega\cdot\mathrm{OA}=4\omega R$ ($\omega=\dot\varphi=\pi/2=\mathrm{const}$ – кутова швидкість кривошипа); $v_r=\dot S=\pi R/2$. Напрямки швидкостей $\vec{v}_e$ і $\vec{v}_r$ співпадають, а отже $v=v_e+v_r=R(4\omega+0.5\pi)$ (м/с).

За теоремою Коріоліса абсолютне пришвидшення точки M

$$\vec{a}=\vec{a}_e+\vec{a}_r+\vec{a}_c,$$

де $a_c=0$ (оскільки $\omega_e=\omega_3=0$); $\vec{a}_e=\vec{a}_\mathrm{A}$: $a_\mathrm{A}=a_\mathrm{A}^n=\omega^2 4R$ ($\omega_\mathrm{OA}=\mathrm{const}\Rightarrow a_\mathrm{A}^\tau=0$); $\vec{a}_r=\vec{a}_r^n+\vec{a}_r^\tau$: $a_r^\tau=\dot v_r=0$; $a_r^n=v_r^2/R=\pi^2 R/4$.

Оскільки ненульові складові пришвидшення спрямовані вздовж однієї прямої і в один бік (рис.), то абсолютне пришвидшення точки M дорівнює

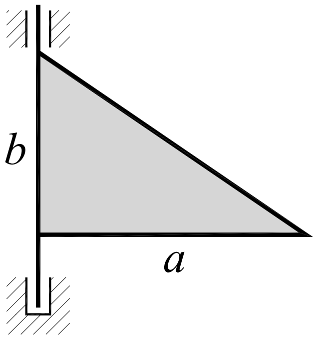
$$a=a_e+a_r^n=\left(4\omega^2+\pi^2/4\right)R \quad (\text{м/с}^2).$$

Після підстановки значень ω і R отримаємо

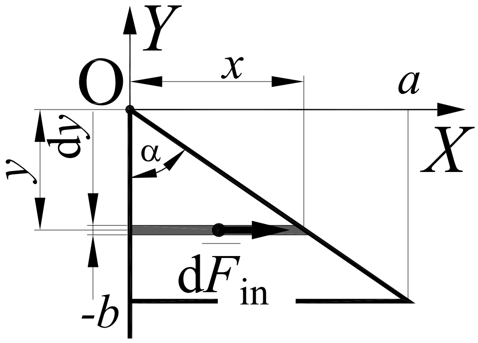
$$v=5\pi/2 \ \ (\text{м/с});\quad a=5\pi^2/4 \ \ (\text{м/с}^2).$$

Відповідь: $5\pi/2$ (м/с); $5\pi^2/4$ (м/с^2)

Задача Д1 (12 балів). Прямокутний трикутник з катетами a і b рівномірно обертається навколо катета b. Визначити координати точки D прикладання головного вектору сил інерції $\vec{F}^{\text{in}}$ трикутника за умови, що головний момент сил інерції $\vec{M}_{\text{D}}^{\text{in}}=0$.



Розв'язання. Нехай маса трикутника дорівнює M, а кутова швидкість його обертання – ω. Тоді питома маса трикутника (маса одиниці площі) становить $\gamma=M/(0.5ab)$, де $0.5ab$ – площа трикутника. Розіб'ємо трикутник на вузькі горизонтальні смужки шириною Δy. При $\lim\limits_{\Delta y}\Delta y=\mathrm{d}y$ смужку можна вважати прямокутником, маса якого дорівнює $\mathrm{d}m=\gamma\cdot\mathrm{d}y\cdot x$, де $x=(-a/b)y$ – висота прямокутника, y – ордината його центру у системі координата OXY ($-b\le y\le 0$, рис.). Сила інерції зазначеної частинки трикутника визначається за формулою



$$\mathrm{d}F^{\text{in}}=\mathrm{d}m\cdot\omega^2\cdot x_F\,,$$

де $(x_F;y_F)=(-ay/2b;y)$ – координати точки прикладання $\mathrm{d}\vec{F}^{\text{in}}$ у системі OXY. Таким чином

$$\mathrm{d}F^{\text{in}}=\gamma\cdot\mathrm{d}y\cdot\left(-\frac{ay}{b}\right)\cdot\omega^2\cdot\left(-\frac{ay}{2b}\right)=\gamma\frac{a^2\omega^2}{2b^2}y^2\mathrm{d}y\,.$$

Сили $\mathrm{d}\vec{F}^{\text{in}}$ представляють собою систему паралельних співнаправлених сил, рівнодіюча яких (головний вектор сил інерції) визначається за формулою

$$F^{\text{in}}=\int\mathrm{d}F^{\text{in}}=\int\limits_{-b}^{0}\gamma\frac{a^2\omega^2}{2b^2}y^2\mathrm{d}y=\gamma\frac{a^2\omega^2}{2b^2}\frac{b^3}{3}\,.$$

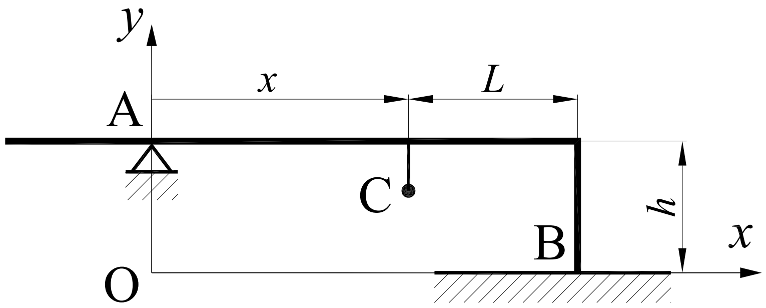
Координати точки D, як центра паралельних сил, можна визначити наступним чином

$$x_{\text{D}}=\frac{\int x_F\mathrm{d}F^{\text{in}}}{\int\mathrm{d}F^{\text{in}}}=\frac{\int\limits_{-b}^{0}\left(-\frac{ay}{2b}\right)\left(\gamma\frac{a^2\omega^2}{2b^2}y^2\mathrm{d}y\right)}{\gamma\frac{a^2\omega^2}{2b^2}\frac{b^3}{3}}=-\frac{3a}{2b^4}\int\limits_{-b}^{0}y^3\mathrm{d}y=-\frac{3a}{2b^4}\left(\frac{-b^4}{4}\right)=\frac{3a}{8}\,;$$

$$y_{\text{D}}=\frac{\int y_F\mathrm{d}F^{\text{in}}}{\int\mathrm{d}F^{\text{in}}}=\frac{\int\limits_{-b}^{0}(y)\left(\gamma\frac{a^2\omega^2}{2b^2}y^2\mathrm{d}y\right)}{\gamma\frac{a^2\omega^2}{2b^2}\frac{b^3}{3}}=\frac{3}{b^3}\int\limits_{-b}^{0}y^3\mathrm{d}y=\frac{3}{b^3}\left(\frac{-b^4}{4}\right)=-\frac{3b}{4}\,.$$

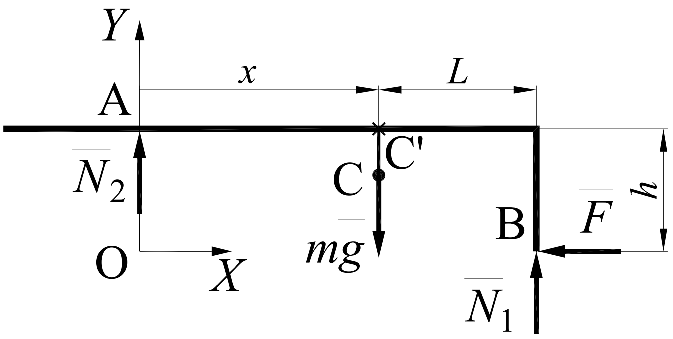
Таким чином, координати точки D у системі координат OXY наступні: $D\left(\frac{3a}{8};-\frac{3b}{4}\right)$.

Відповідь: $(3a/8;-3b/4)$



Задача Д2 (15 балів). Однорідний Г-образний стержень рухається, опираючись на гладку опору A і кінцем B на шорсткувату площину. Відстань від центра мас стержня до його коліна дорівнює L (рис.), висота вертикальної частини становить h, а коефіцієнт тертя ковзання в точці B контакту з площиною – f ($f < L/h$). Визначити швидкість стержня як функцію координати x, якщо початкові значення координати і швидкості центра мас стержня C становлять x_0 і V_0 ($V_0 > 0$).

Розв'язання. Прямолінійний поступальний рух стержня описується диференціальним рівнянням $m\ddot{x} = -F$, де $F = f \cdot N_1$ (рис.).



Крім того, маємо дві умови рівноваги для сил:

$$\sum F_y = N_1 + N_2 - mg = 0;$$

$$\sum M_{C'} = N_1 \cdot L - f \cdot N_1 \cdot h - N_2 \cdot x = 0.$$

Звідки, виділивши N_2, знайдемо

$$N_1 = mg\frac{x}{x+\delta}, \text{ де } \delta = L - fh \ (\delta > 0).$$

Таким чином диференціальне рівняння руху стержня зводиться до виду

$$\ddot{x} = \frac{\mathrm{d}V_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}V_x}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = V_x\frac{\mathrm{d}V_x}{\mathrm{d}x} = -fg\frac{x}{x+\delta}.$$

Звідки $$\int V_x \mathrm{d}V_x = -fg\int\frac{x\mathrm{d}x}{x+\delta} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_x^2}{2} = -fg\left[x - \delta\ln(x+\delta)\right] + C'.$$

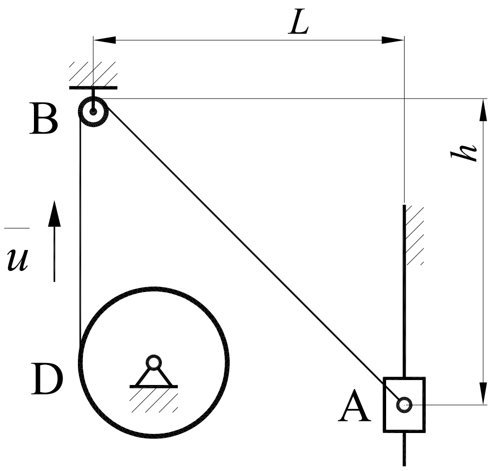
Отже загальний розв'язок рівняння – $V_x^2 = -2fg\left[x - \delta\ln\left(x+\delta\right)\right] + C$, у якому константа інтегрування C, відповідно до початкових умов $x\big|_{t=0} = x_0$ і $V_x\big|_{t=0} = V_0$, дорівнює $C = V_0^2 + 2fg\left[x_0 - \delta\ln\left(x_0+\delta\right)\right]$.

Тоді $$V_x = \sqrt{V_0^2 + 2fg\left[x_0 - x + \delta\cdot\ln\left(\frac{x+\delta}{x_0+\delta}\right)\right]}.$$

Відповідь: $\sqrt{V_0^2 + 2fg\left[x_0 - x + \delta\cdot\ln\left(\frac{x+\delta}{x_0+\delta}\right)\right]}$

Задача Д3 (18 балів). Вантаж A масою m опускається по гладкому вертикальному стержню за допомогою невагомого нерозтяжного троса, що змотується з барабана D з постійною швидкістю u. Трос перекинутий через блок B малих розмірів, який відстоїть від стержня на відстань L. Знайти силу натягу троса при $h = L$.

Розв'язання. Спрямуємо вздовж стержня вісь X, початок відліку приймемо

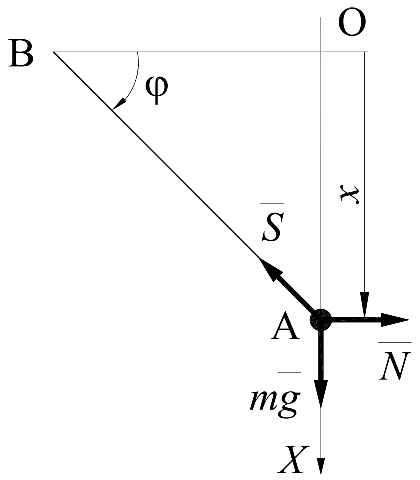


на рівні блоку B, напрямок позитивного відліку – донизу (рис.).

Векторне рівняння руху вантажу A ($m\vec a = m\vec g + \vec S + \vec N$) в проекції на вісь OX має вигляд $ma_x = mg - S\sin\varphi$, звідки $S(\varphi) = \dfrac{m(g-a_x)}{\sin\varphi}$.

Проекцію пришвидшення a_x на вісь OX можна знайти різними способами. Зокрема. Будемо розглядати рух точки A як складний: нерухома система відліку пов'язана зі стержнем, а рухома – з тросом AB (рис.). Тоді абсолютна швидкість точки

$$\vec V = \vec V_e + \vec V_r,$$



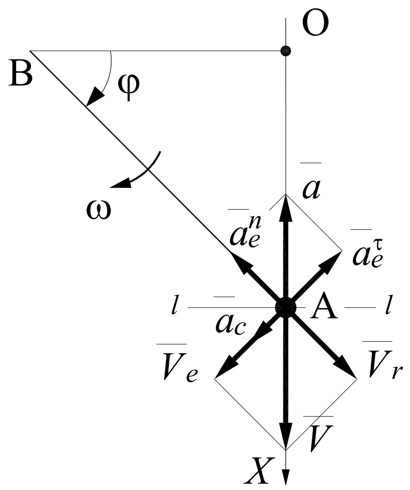
де $\vec V \| OX$; $\vec V_e \perp \text{AB}$; $\vec V_r \| \text{AB}$, $V_r = u$.

Проектуючи вектори на пряму $l-l$ (рис.), знайдемо

$$V_e = V_r \text{ctg}\varphi = u \cdot \text{ctg}\varphi = \omega_e \cdot \text{AB}.$$

Кутова швидкість переносного руху (обертання частини AB тросу) в заданому положенні при $\varphi = 45°$ ($h = L$, $\text{AB} = L\sqrt{2}$) дорівнює $\omega_e = u / L\sqrt{2}$.

Пришвидшення точки A



$$\vec a = \vec a_r + \vec a_e^n + \vec a_e^\tau + \vec a_c, \qquad (1)$$

де $a_r = 0$ (тому що $V_r = u = \text{const}$); $a_e^n = \omega_e^2 \cdot \text{AB} = \dfrac{u^2}{L\sqrt{2}}$;

$a_c = 2\omega_e V_r = \dfrac{2u^2}{L\sqrt{2}} = \dfrac{u^2\sqrt{2}}{L}$ – пришвидшення Коріоліса.

Проектуючи векторне рівняння (1) на відрізок AB (рис.), отримаємо $a\sin\varphi = a_e^n$, звідки у розрахунковому положенні $a = a_e^n\sqrt{2} = u^2/L$, і отже $a_x = -a = -u^2/L$.

Таким чином,

$$S(45°) = \frac{m\left(g + u^2/L\right)}{\sin 45°} = m\sqrt{2}\left(g + u^2/L\right).$$

Відповідь: $m\sqrt{2}\left(g + u^2/L\right)$